

2 重力势能

问题 ?

初中我们已经定性地学习了重力势能，物体的质量越大、所处的位置越高，重力势能就越大。

这一节我们来进一步定量地研究重力势能。你认为重力势能的表达式应该是怎样的呢？



重力做的功

当物体的高度发生变化时，重力做功，势能发生变化：物体下降时重力做正功，势能减小；物体被举高时重力做负功，势能增大。因此，重力势能与重力做功密切相关，认识重力势能不应脱离对重力做功的研究。

设一个质量为 m 的物体，从与地面高度为 h_1 的位置 A ，竖直向下运动到高度为 h_2 的位置 B （图8.2-1甲），这个过程中重力做的功是

$$W_G = mg\Delta h = mgh_1 - mgh_2$$

再看另一种情况。质量为 m 的物体仍然从上向下运动，高度由 h_1 降为 h_2 ，但这次不是沿竖直方向，而是沿着一个斜面向下运动到 B' ，再水平运动到 B （图8.2-1乙）。

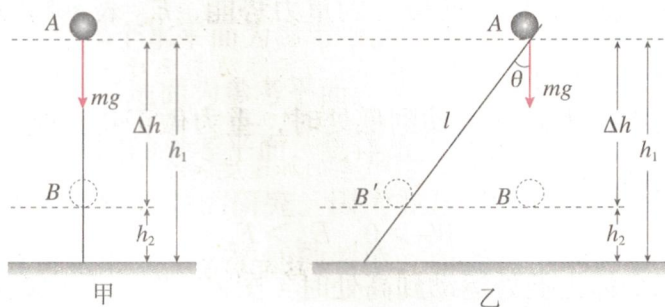


图8.2-1 研究物体运动时重力做的功

► 斜面是否光滑对计算“重力做的功”有影响吗？

物体沿斜面运动的距离是 l ，在这一过程中重力做的功是

$$W_G = (mg \cos \theta) l = mg \Delta h = mgh_1 - mgh_2$$

从 B' 沿水平方向运动到 B 的过程中，重力不做功。

上面两种情况中，尽管物体运动的路径不同，但高度的变化是一样的，而且重力做的功也是一样的。

分析表明，物体运动时，重力对它做的功只跟它的起点和终点的位置有关，而跟物体运动的路径无关。也就是说，只要起点和终点的位置不变，不论物体沿什么路径运动，重力所做的功都相同。功等于物体所受的重力跟起点高度的乘积 mgh_1 与跟终点高度的乘积 mgh_2 两者之差。

看起来，物体所受的重力 mg 与它所处位置的高度 h 的乘积 mgh ，具有特殊的意义。

重力势能

mgh 的特殊意义在于它一方面与重力做的功密切相关，另一方面它随着高度的增加而增加、随着质量的增加而增加，恰与前述重力势能的特征一致。因此，我们把 mgh 叫作物体的**重力势能** (gravitational potential energy)，常用 E_p 表示，即

$$E_p = mgh$$

与其他形式的能一样，重力势能也是标量，其单位与功的单位相同，在国际单位制中都是焦耳，符号为J。

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

有了重力势能的表达式，重力做的功与重力势能的关系可以写为

$$W_G = E_{p1} - E_{p2}$$

其中 E_{p1} 表示物体在初位置的重力势能， E_{p2} 表示物体在末位置的重力势能。

当物体由高处运动到低处时，重力做正功，重力势能减少，即

$$W_G > 0, E_{p1} > E_{p2}$$

当物体由低处运动到高处时（图8.2-2），重力做负功，重力势能增加，即

$$W_G < 0, E_{p1} < E_{p2}$$

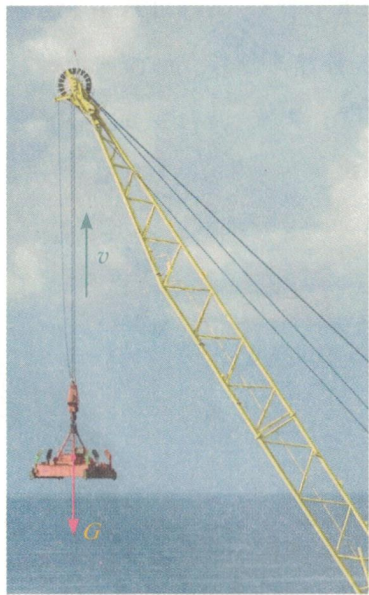


图 8.2-2 物体向上运动时重力势能增加

► 严格说来，重力势能是由地球与物体所组成的“系统”共有的，而不是地球上的物体单独具有的。

思考与讨论

若重力做的功与路径有关,即对应于同样的起点和终点,重力对同一物体所做的功,随物体运动路径的不同而不同(图8.2-3),我们还能把 mgh 叫作物体的重力势能吗?为什么?

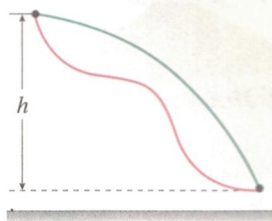


图 8.2-3

拓展学习

物体沿曲面滑下时重力做的功

假设一个物体不是竖直下落,而是沿曲面向下运动,高度都由 h_1 降为 h_2 (图8.2-4),重力所做的功是否还一样呢?

我们把整个路径分成许多段很短的间隔,经过的路程分别为 $AA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$,由于每一段都很小,因而都可以近似地看作一段倾斜的直线。设每段小斜线的高度差分别是 $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3, \dots$,则物体通过每段小斜线时重力做的功分别为 $mg\Delta h_1, mg\Delta h_2, mg\Delta h_3, \dots$

物体通过整个路径时重力做的功,等于重力在每小段上做的功的代数和,即

$$\begin{aligned} W_G &= mg\Delta h_1 + mg\Delta h_2 + mg\Delta h_3 + \dots \\ &= mg(\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots) \\ &= mg\Delta h \\ &= mgh_1 - mgh_2 \end{aligned}$$

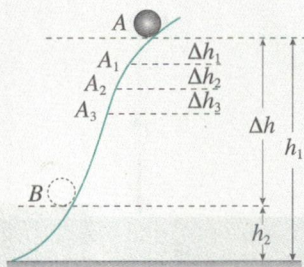


图8.2-4 研究物体沿曲面运动时重力做的功

重力势能的相对性

物体的重力势能总是相对于某一水平面来说的,这个水平面叫作参考平面。在这个水平面上,物体的重力势能取为0。选择哪个水平面为参考平面,可视研究问题的方便而定。通常选择地面为参考平面。

选择不同的参考平面,物体重力势能的数值是不同的,但这并不影响问题的研究。因为在与重力势能相关的问题中,有价值的是重力势能的差值,而选择不同的参考平面对这个差值没有影响。

对选定的参考平面而言,上方物体的高度是正值,重

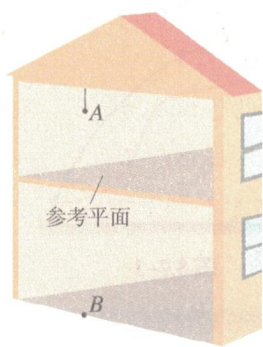


图 8.2-5 重力势能与参考平面的选取有关

力势能也是正值；下方物体的高度是负值，重力势能也是负值。负值的重力势能，表示物体在这个位置具有的重力势能要比在参考平面上具有的重力势能小。如图 8.2-5，以二楼的地面作为参考平面，二楼房间里 A 处的物体具有正的重力势能，一楼房间里 B 处的物体具有负的重力势能。

弹性势能

拉长或压缩的弹簧、卷紧的发条、拉开的弓、正在击球的网球拍、撑竿跳高运动员手中弯曲的竿（图 8.2-6），等等，这些物体都发生了弹性形变，每个物体的各部分之间都有弹力的相互作用。发生弹性形变的物体的各部分之间，由于有弹力的相互作用，也具有势能，这种势能叫作**弹性势能**（elastic potential energy）。

弹性势能跟形变的大小有关系。例如，在弹性限度内，弹簧的弹性势能跟弹簧被拉伸或压缩的长度有关。被拉伸或压缩的长度越长，恢复原状过程中对外做的功就越多，弹簧的弹性势能就越大。另外，弹簧的弹性势能还跟弹簧的劲度系数有关。不同的弹簧发生同样大小的形变，劲度系数越大，弹簧恢复原状过程中对外做的功就越多，因而弹簧的弹性势能就越大。

势能也叫位能，与相互作用的物体的相对位置有关。重力势能是由地球和地面上物体的相对位置决定的，弹性势能是由发生弹性形变的物体各部分的相对位置决定的。我们以后还会学到其他形式的势能。

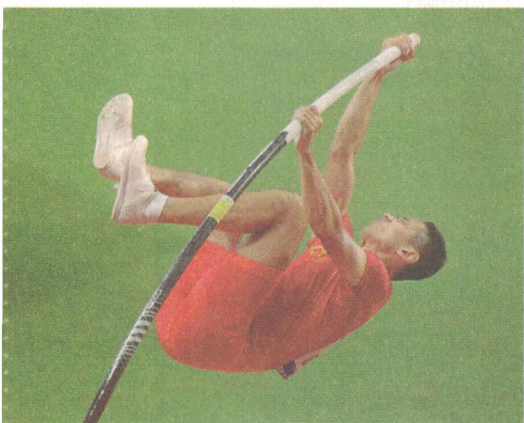


图 8.2-6 撑竿跳

练习与应用

1. 图 8.2-7 中的几个斜面，它们的高度相同、倾角不同。让质量相同的物体沿斜面从顶端运动到底端。试根据功的定义计算沿不同斜面运动时重力做的功，它的大小与斜面的倾角是否有关？

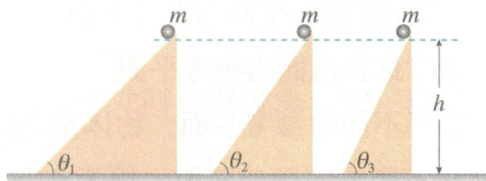


图 8.2-7