

## 4

## 圆周角和圆心角的关系

在射门游戏中（如图 3-14），球员射中球门的难易程度与他所处的位置  $B$  对球门  $AC$  的张角（ $\angle ABC$ ）有关。当球员在  $B, D, E$  处射门时，他所处的位置对球门  $AC$  分别形成三个张角  $\angle ABC, \angle ADC, \angle AEC$ 。这三个角的大小有什么关系？

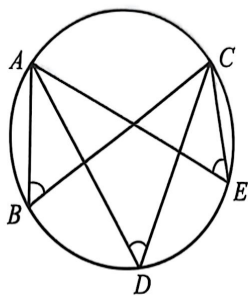
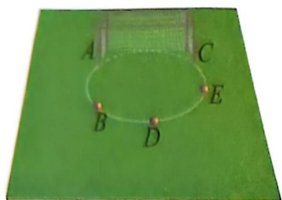


图 3-14

观察图 3-14 中的  $\angle ABC, \angle ADC, \angle AEC$ ，可以发现，它们的顶点都在圆上，两边分别与圆还有另一个交点。像这样的角，叫做圆周角（angle of circumference）。



## 做一做

如图 3-15， $\angle AOB = 80^\circ$ 。

（1）请你画出几个  $\widehat{AB}$  所对的圆周角，这几个圆周角有什么关系？与同伴进行交流。

（2）这些圆周角与圆心角  $\angle AOB$  的大小有什么关系？你是怎样发现的？与同伴进行交流。

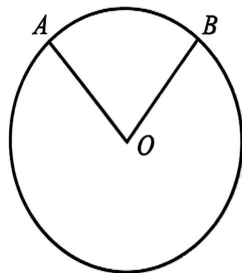


图 3-15



## 议一议

在图 3-15 中，改变  $\angle AOB$  的度数，你得到的结论还成立吗？



**圆周角定理** 圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半.

已知：如图 3-16， $\angle C$  是  $\widehat{AB}$  所对的圆周角， $\angle AOB$  是  $\widehat{AB}$  所对的圆心角.

求证： $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB$ .

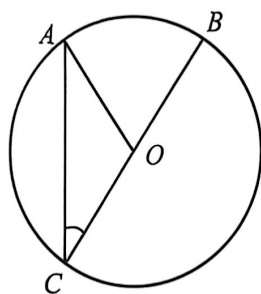
分析：根据圆周角和圆心的位置关系，分三种情况讨论：

(1) 圆心  $O$  在  $\angle C$  的一条边上，如图 3-16 (1)；

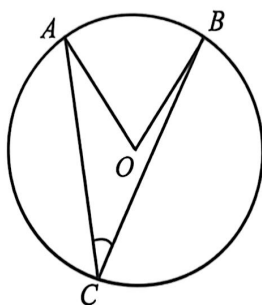
(2) 圆心  $O$  在  $\angle C$  的内部，如图 3-16 (2)；

(3) 圆心  $O$  在  $\angle C$  的外部，如图 3-16 (3).

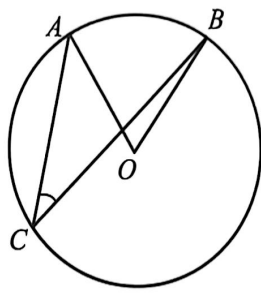
圆周角与圆心  
有几种不同的位置  
关系呢？



(1)



(2)



(3)

图 3-16

在三种位置关系中，我们选择 (1) 给出证明，其他情况可以转化为 (1) 的情况进行证明.

**证明：**(1) 圆心  $O$  在  $\angle C$  的一条边上，如图 3-16 (1).

$\because \angle AOB$  是  $\triangle AOC$  的外角，

$\therefore \angle AOB = \angle A + \angle C$ .

$\because OA = OC$ ,

$\therefore \angle A = \angle C$ .

$\therefore \angle AOB = 2 \angle C$ ,

即  $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB$ .

请你完成图 3-16 (2) 和图 3-16 (3) 两种情况的证明.



想一想

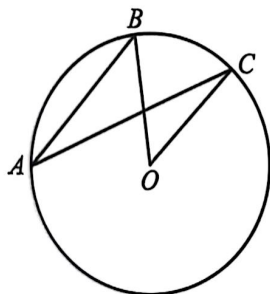
在图 3-14 的射门游戏中, 当球员在  $B, D, E$  处射门时, 所形成的三个张角  $\angle ABC, \angle ADC, \angle AEC$  的大小有什么关系? 你能用圆周角定理证明你的结论吗?



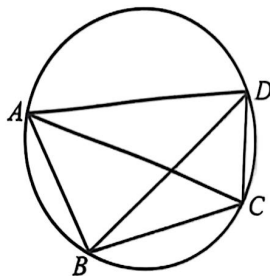
推论 同弧或等弧所对的圆周角相等.

随堂练习

1. 如图, 在  $\odot O$  中,  $\angle O = 50^\circ$ , 求  $\angle A$  的度数.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图, 哪个角与  $\angle BAC$  相等? 你还能找到哪些相等的角?



习题 3.4



知识技能

1. 如图,  $OA, OB, OC$  都是  $\odot O$  的半径,  $\angle AOB = 2\angle BOC$ ,  $\angle ACB$  与  $\angle BAC$  的大小有什么关系? 为什么?