

3

公式法

观察多项式 $x^2 - 25$, $9x^2 - y^2$, 它们有什么共同特征? 尝试将它们分别写成两个因式的乘积, 并与同伴进行交流。

事实上, 把乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 反过来, 就得到

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

例1 把下列各式因式分解:

(1) $25 - 16x^2$; (2) $9a^2 - \frac{1}{4}b^2$.

解: (1) $25 - 16x^2 = 5^2 - (4x)^2 = (5+4x)(5-4x)$;

(2) $9a^2 - \frac{1}{4}b^2 = (3a)^2 - (\frac{1}{2}b)^2 = (3a + \frac{1}{2}b)(3a - \frac{1}{2}b)$ 。

例2 把下列各式因式分解:

(1) $2x^3 - 8x$; (2) $9(m+n)^2 - (m-n)^2$.

解: (1) $2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4)$
 $= 2x(x^2 - 2^2)$
 $= 2x(x+2)(x-2)$;

(2) $9(m+n)^2 - (m-n)^2$
 $= [3(m+n)]^2 - (m-n)^2$
 $= [3(m+n) + (m-n)][3(m+n) - (m-n)]$
 $= (3m+3n+m-n)(3m+3n-m+n)$
 $= (4m+2n)(2m+4n)$
 $= 4(2m+n)(m+2n)$ 。

当多项式的各项含有公因式时, 通常先提出这个公因式, 再进一步因式分解。

操作·思考

如图 4-2, 在一张边长为 a cm 的正方形纸片的四角, 各剪去一个边长为 b cm 的正方形, 求剩余部分的面积。
当 $a=3.6$, $b=0.8$ 时, 剩余部分的面积是多少?

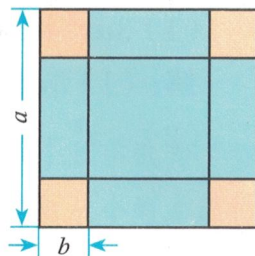


图 4-2

随堂练习

1. 判断下列等式是否一定成立:

$$(1) x^2 + y^2 = (x+y)(x+y); \quad (\quad)$$

$$(2) x^2 - y^2 = (x+y)(x-y); \quad (\quad)$$

$$(3) -x^2 + y^2 = (-x+y)(-x-y); \quad (\quad)$$

$$(4) -x^2 - y^2 = -(x+y)(x-y). \quad (\quad)$$

2. 把下列各式因式分解:

$$(1) a^2b^2 - m^2; \quad (2) (m-a)^2 - (n+b)^2;$$

$$(3) x^2 - (a+b-c)^2; \quad (4) -16x^4 + 81y^4.$$

分别把乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 反过来, 就得到

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2, \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

例3 把下列各式因式分解:

$$(1) x^2 + 14x + 49; \quad (2) (m+n)^2 - 6(m+n) + 9.$$

解: $(1) x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times 7x + 7^2 = (x+7)^2;$

$$\begin{aligned} (2) (m+n)^2 - 6(m+n) + 9 \\ &= (m+n)^2 - 2 \times 3(m+n) + 3^2 \\ &= [(m+n) - 3]^2 \\ &= (m+n-3)^2. \end{aligned}$$