

3

二次根式

观察下列代数式：

$$\sqrt{5}, \sqrt{11}, \sqrt{7.2}, \sqrt{\frac{49}{121}}, \sqrt{(c+b)(c-b)} \quad (\text{其中 } b=24, c=25).$$

可以发现，这些式子我们在前面都已学习过，它们的共同特征是：都含有开方运算，并且被开方数都是非负数。

一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫作二次根式， a 叫作被开方数。

二次根式的运算有怎样的规律呢？

尝试·思考

(1) 计算下列各式，你能得到什么猜想？

$$\begin{aligned} \sqrt{4} \times \sqrt{9} &= \underline{\quad}, \sqrt{4 \times 9} = \underline{\quad}; \sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{\quad}, \sqrt{16 \times 25} = \underline{\quad}; \\ \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} &= \underline{\quad}, \sqrt{\frac{4}{9}} = \underline{\quad}; \quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \underline{\quad}, \sqrt{\frac{25}{49}} = \underline{\quad}. \end{aligned}$$

(2) 根据上面的猜想，估计下面每组中的两个式子是否相等，借助计算器进行验证。

$$\sqrt{6} \times \sqrt{7} \text{ 与 } \sqrt{6 \times 7}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{6}{7}}.$$

(3) 用字母表示你发现的猜想，你能说说这个猜想为什么正确吗？

二次根式的乘法法则和除法法则

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0), \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

例1 计算:

$$(1) \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$(2) \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

解: (1) $\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{6 \times \frac{2}{3}} = \sqrt{4} = 2;$

$$(2) \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6 \times 3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{2}} = \sqrt{9} = 3.$$

例2 计算:

$$(1) 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3};$$

$$(2) \sqrt{12} \times \sqrt{3} - 5;$$

$$(3) (\sqrt{5} + 1)^2;$$

$$(4) (\sqrt{13} + 3)(\sqrt{13} - 3);$$

$$(5) \left(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{3};$$

$$(6) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{2}}.$$

解: (1) $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3 \times 2 \times \sqrt{2 \times 3} = 6\sqrt{6};$

$$(2) \sqrt{12} \times \sqrt{3} - 5 = \sqrt{12 \times 3} - 5 = \sqrt{36} - 5 = 6 - 5 = 1;$$

$$(3) (\sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5};$$

$$(4) (\sqrt{13} + 3)(\sqrt{13} - 3) = (\sqrt{13})^2 - 3^2 = 13 - 9 = 4;$$

$$(5) \left(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{3} = \sqrt{12} \times \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{3} = \sqrt{36} - \sqrt{1} = 6 - 1 = 5;$$

$$(6) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5.$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{9}{20}};$$

$$(2) (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3});$$

$$(3) (2\sqrt{3} - 1)^2;$$

$$(4) \left(\sqrt{27} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{3};$$

$$(5) \frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}};$$

$$(6) \left(\sqrt{\frac{9}{2}} - \frac{\sqrt{98}}{3}\right) \times \sqrt{2}.$$